

Das Anderssein der Hochbegabten

Merkmale, frühe Förderstrategien und geeignete Aufgaben

von

Heinrich Bauersfeld, Bielefeld¹

Zusammenfassung: Es werden zwei pragmatische Modelle zur Förderung von mathematisch besonders befähigten und interessierten Kindern in der Grundschule skizziert, dafür geeignete Aufgaben mit möglichen Lösungen diskutiert und die Anforderungen an Tutorinnen im Zusammenhang mit den besonderen Merkmalen dieser Kinder beschrieben.

Summary: The paper offers two pragmatical models for the furtherance of mathematically interested and especially gifted children in grades 2–4. A discussion of useful tasks and possible solutions follows, also a description of demands and requirements for tutors of such mixed groups is added, related to the special characteristics of these children.

Das hoffnungsvolle Ratespiel mit der Klasse: „Ich habe mir eine Zahl zwischen 1 und 100 gedacht. Ich verrate Euch aber nur, welche Reste beim Teilen durch 2 oder 3 oder 7 usw. bleiben!“ fand mit der Frage: „Was bleibt bei 100?“ ein unvorhergesehenes Ende.

1 Der Anlass

Es sind nun 50 Jahre, dass ich in diesem Gewerbe arbeite. Mit 27 Jahren habe ich Anfang 1953 als Päd. Assistent an der PH Osnabrück angefangen. Es ist der Zorn der mich nun zum Reden treibt, der Zorn über die Vernachlässigung und Missbehandlung der besonders befähigten Kinder. Sie werden übersehen oder dürfen eine Klasse überspringen, – nur um nach kurzer Zeit die Langeweile derselben Didaktik spüren zu müssen. Viele verkümmern, andere werden störende Exoten. Psychologen testen und therapieren sie. Nur Eines widerfährt ihnen nicht, das ist eine anregende und sachlich sinnvolle Förderung. Bis heute gibt es kaum eine Vorbereitung von Tutorinnen und Tutoren. Viel besser war oder ist es bei den Psychologen auch nicht. Immerhin haben wir viele Gutwillige ...

Können sich die Hochbegabten nicht von allein helfen und durchsetzen? Gerade die Spitzenförderung von Begabungen setzt eine hinreichende Breitenförderung

¹ Vortrag auf der GDM-Jahrestagung in Dortmund im März 2003.

voraus. Nichts „entwickelt“ sich von selbst (vgl. Weinert 2000). Wer nicht frühzeitig erkannt wird und geeignete Förderanreize erfährt, nur als lästig und störend beiseite geschoben oder gar unterdrückt wird, der hat wenig Chancen, seine Möglichkeiten später zu entfalten. Freilich, die Cleveren und Angepassten setzen sich durch, aber gerade nicht die divergenten Denker, die „Diversanten“. Die Gesellschaft schließt also gerade diejenigen aus, von denen ihre weitere Entwicklung und wichtige Innovationen zu erwarten sind. Daher hat Wolf Singer, Direktor des MPI für Gehirnforschung in Frankfurt/Main, für eine Förderung nachdrücklich gefordert: „In der Bildung gilt: Je früher, desto besser“ (Singer 1999).

Hier soll keine Theorie diskutiert werden; das ist an anderer Stelle ausführlich geschehen (vgl. Bauersfeld 2001 und 2002). Die Forscher haben bis heute viele verschiedene Modelle zum Phänomen „Hochbegabung“ erzeugt, aber keine umfassende Theorie. Man wird auch keine erwarten dürfen, denn das hieße, dass menschliches Denken sich selbst erschöpfend entschlüsselt, was nicht einmal mit seinem gängigen (und überschätzten) Medium – der Sprache – gelingt. Vielmehr wird hier ganz pragmatisch versucht, das Anderssein dieser besonderen Kinder, ihre speziellen (mathematischen) Förderungsbedürfnisse und geeignete Formate für eine sachspezifische Förderorganisation zu skizzieren.

2 Merkmale und Aufgaben

Auf sein Marburger Projekt gestützt behauptet Detlev Rost, Hochbegabte seien „zuerst einmal und vor allem Kinder wie alle anderen Kinder auch“ (Rost 2000, S. 5). Das genau stimmt nicht für ihr Wahrnehmen, Lernen und Denken, insbesondere nicht in sachlich-inhaltlicher Hinsicht. Was ist anders?

2.1 Hohe Sensibilität – differenzierteres Wahrnehmen

Ein wichtiges Kennzeichen ist die *hohe Sensibilität*, das Dabrowski (vgl. Webb u.a. 2002) als Ursache der Hochbegabung („overexcitabilities“) überhaupt ansah. Die (Über-)Sensibilität dieser Kinder äußert sich u.a. in ihrer hochdifferenzierten Wahrnehmung: Sie sehen mehr als andere und das zugleich gegliederter, strukturierter. Sie sind aber auch empfindlicher gegen Kritik und rasch beleidigt bei Ungerechtigkeiten; korrigieren gelegentlich auch gern andere. Und sie brauchen Lob und Anerkennung.

Folgerungen: Von den Tutoren einer Fördergruppe verlangt dies *erhöhte Aufmerksamkeit* und vermehrte *Kontrolliertheit des eigenen (Lehrer-)Handelns*, nicht zuletzt Vorsicht beim Rügen vermeintlicher Fehler; es könnten ungewöhnliche Einfälle und weiterführende Ideen sein! Zwei klassische Beispiele:

1. *Aufgabe:* Wenn ein Vogel auf jedem Stängel sitzt, dann hat ein Vogel keinen Platz. Wenn zwei Vögel auf jedem Stängel sitzen, dann bleibt ein Stängel übrig. Wie viele Vögel und wie viele Stängel sind da?

Sonya (9 Jahre) sagt: „Hier ist eine verschiedene Verteilung. Alles in allem sind da zwei unbekannte Zahlen ... Wenn man die erste durch die zweite teilt, gibt es einen Rest, und wenn man die andere zum Divisor ... nein, nein, nicht so ... Wenn die erste Zahl durch die zweite geteilt wird, kriegen wir entweder irgendeine Zahl mit einem Rest oder eine um 1 größere Zahl mit einem Defizit. Wie löst man solche Probleme? ... Ah, ich hab's! ... Das bedeutet, dass der Rest plus dem Defizit gleich ist der zweiten Zahl!“ [Beobachter fordert Erklärung] „Na, das ist so: Nach der zweiten Division hatten wir 1 mehr, und das ist so, weil der Rest plus das Defizit genau die zweite Zahl ausmacht. Jetzt weiß ich, wie man solche Probleme löst!“ [Beobachter: Halt, du hast die Aufgabe noch nicht gelöst! Wieviel Stängel und wieviel Vögel sind es?] „Oh, ich vergaß ... erst bleibt 1 Vogel übrig, dann fehlen 2 Vögel. Also 3 Stängel und 4 Vögel.“ (Krutezkij 1976², S. 251)

Verstehen Sie auf Anhieb, wie hier gedacht wird? Sonya „sieht“ sofort eine Operationsstruktur, die Beziehung zwischen den Objekten. Die Objekte selbst werden belanglos. Sie lässt sich auch nicht davon verwirren, dass mal Stängel übrig bleiben, mal Vögel. Der Vorgang erscheint ihr einfach als „zwei verschiedene Verteilungen“. Deutlicher wird Sonyas Analyse, wenn man als Variante z.B. von 10 Vögeln pro Stängel ausgeht – dann fehlen 10 Vögel – und bei 9 Vögel pro Stängel bleiben 9 Vögel übrig. Dann wären es nach Sonya 19 Stängel und 180 Vögel. In der Tat die Lösung einer Aufgabenklasse!

Natürlich kann man auch skizzierend und probierend ansetzen, z.B. mit offenem Anfang. Fängt man eine Skizze am Ende der Verteilung und mit wenigen Elementen an und verteilt die Vögel um, so wird rasch einsichtig, dass 3 Stängel und 4 Vögel genügen und dass es eine weitere Lösung nicht geben kann (Abb. 1).



Abb. 1

2. Aufgabe: Eine Tochter ist 8 Jahre alt, ihre Mutter ist 38. In wie vielen Jahren wird die Mutter dreimal älter als die Tochter sein?

Sonya (9 Jahre) sagt: „Das heißt, die Mutter wird älter und die Tochter auch. Ihre Jahre ändern sich ... Aber die Differenz zwischen ihnen ändert sich nicht. Die Mutter wird immer um dieselbe Zahl älter sein ... Warum, das ist klar: In der Mut-

² Krutezkij hat mit seinen Mitarbeitern 1955–66 in Russland eine große Zahl von Schülern untersucht, unter Verwendung von ausgewählten Mathematikaufgaben. Sein Ziel war der Vergleich zwischen hochbegabten, „normalen“ und schwachen Schülern in Mathematik. Besonders bemerkenswert ist seine Maxime: „Jede Person ist zu irgend etwas optimal befähigt, ... aber für dieselbe Sache sind Menschen in verschiedenem Maße befähigt.“ (a.a.O., S. 3)

ter stecken mehrere Töchter, und in der Differenz sollte es eine weniger sein ... Ja, so ist es – dreimal? Dann sind in der Mutter drei Töchter, und in der Differenz sind zwei Töchter. Die Differenz ist 30, und die Tochter ist 15. In 7 Jahren also.“ (Kru-
tezkij 1976, S. 251)

Das Konstante im Fluss der Jahre, die gleichbleibende Altersdifferenz, wird sofort als das Wesentliche erkannt. Es bleibt ein einfaches Aufteilen übrig. Auch hier werden nur Zahlen und Operationen „gesehen“, so ist die Mutter um dieselbe „Zahl“, nicht Jahre, älter! Die sprachliche Darstellung kombiniert Konkretes mit abstrakter Strukturbeschreibung: „In der Mutter stecken Töchter“, „in der Differenz sind Töchter“. Man muss schon genau hinhören, um dieser zudem sehr schnell präsentierten Mischung folgen zu können.

Auch hier gibt es mehrere Möglichkeiten zu einer Skizze. Man kann z.B. in einem Diagramm das Alter in Abhängigkeit von der Zeit darstellen. Dann zeigt sich die Altersdifferenz als gleich bleibender Sockel, dem nur das jeweilige Alter der Tochter hinzuzufügen ist (Abb. 2).

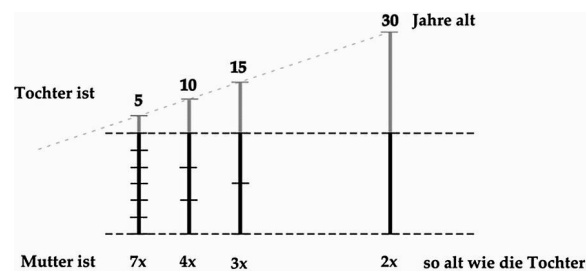


Abb. 2

Diese beiden klassischen Fälle geben nebenbei Anlass, über die Bedeutung des als so wichtig eingeschätzten Realitätsbezuges und über die Rolle von Veranschaulichungen nachzudenken. Nützliche Veranschaulichungen lassen die Lösungsidee hervortreten. Da diese sich nicht stets von selbst einstellt, muss man lernen, mit seinen Skizzen experimentierend und entwickelnd zu arbeiten, bis sich ein „Aha!“ einstellt. Bei den besonders Befähigten variieren die darauf bezogenen Bedürfnisse mit den individuell bevorzugten Denkformen, und zwar in großer Breite von sehr abstrakten bis zu sehr konkreten, bildhaften oder dynamischen Zeichen.

2.2 Eigenständigkeit des Handelns – Zähigkeit im Verfolgen eigener Ideen

Nicht minder wichtig ist das Bedürfnis nach *Eigenständigkeit des Handelns*, das schon sehr früh deutlich wird. „Das kann ich alleine!“, oft gefolgt von Auseinandersetzungen oder Verweigerungen. Damit verbinden sich eine *große Zähigkeit* im Verfolgen eigener Ideen und ein *langes beharrliches Arbeiten* an selbstgewählten und als interessant empfundenen Problemen.

Folgerungen: Das übliche Aufgabenmaterial mit unflexiblen Fragen und Daten ist eher langweilig für diese Kinder. Sie bevorzugen „*Problemfelder*“, d.h. Aufgabensituationen mit wandelbaren Vorgaben und Fragen, die sie nach ihren eigenen Einfällen und Fähigkeiten variieren und erweitern können. Hilfen und Bewertungen setzen bei den Tutoren somit vermehrte Vorbereitungen voraus. Zwei Beispiele:

3. *Aufgabe:* Wie viele Quadrate kannst du in der Figur finden? (Abb. 3)

Reizvoller wird die Aufgabe mit der Zusatzfrage: Wo sollte man 2 gerade Striche (Strecken) beliebiger Länge hinzufügen, damit möglichst viele Quadrate entstehen?

In beiden Formen hat die Aufgabe auch diagnostischen Wert, weil die erreichte Anzahl von Quadraten als Hinweis auf die Qualität der Befähigung dienen kann.

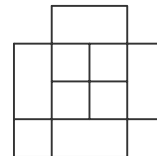


Abb. 3

4. *Aufgabe:* Wir setzen Zahlenfolgen fort. Gesucht werden passende „Strickmaschinen“! Beispiel: 1, 2, 4, 7, ? Wie geht es weiter? Die erste Vermutung, die Strickmaschine heiße +1, +2, +3 usf. („immer 1 mehr“) ist nicht zwingend, es gibt viele mögliche Fortsetzungen. Suche verschiedene!

Fördergruppen (2.–4. Schuljahr) haben u.a. folgende Lösungen geliefert:

- +1, +2, +3, +1, +2, +3, usf. (einfache Wiederholung)
- +1, +2, +3, +2, +3, +4, usf. (immer um 1 steigend)
- +1, +2, +3, +3, +5, +7, +6, +9, +12 usf. (stetig weiter steigend)
- +1, +2, +3, +3, +2, +1 und Abbruch! (einfache Umkehrung)
- +1, +2, +3, +2, +1, +1, +2, +3, +2, +1, usf. (Spiegelung)
- +1, +2, +3, +4, +5, +1, +2, +3, +4, +5, usf. (Verlängerung)
- +1, +2, +3, +1², +2², +3², +1³, +2³, +3³, usf. (Potenzierung) usw.

Dieses Problemfeld hat sich als außerordentlich ergiebig erwiesen. Bei Versuchen mit verschiedenen Anfängen haben Kinder hierzu lange Listen mit kreativen Alternativen geliefert. Dies ermöglicht den Tutoren nebenbei Einblicke in besondere Fähigkeiten einzelner Kinder wie auch in Defizite und vereinseitigte Gewohnheiten, u.a. im Umgang mit den Grundoperationen.

2.3 Rascher Wechsel des Aufmerksamkeitsfokus – mehr Verknüpfungen

Ihre hohe mentale Beweglichkeit und Einfallsfülle befähigt diese Kinder zu *raschem Aufmerksamkeitswechsel* und spontaner *Änderung der Zuwendung*, was auch mit der *Spannung* aus geistiger Fähigkeit und körperlicher wie emotionaler Reifung zusammenhängt. So erscheint Lehrern, die auf den konformen Fortgang ihres Unterrichts fixiert sind, manche Einlassung als sprunghaft, kindisch, undiszipliniert oder abwegig.

Folgerungen: Vermehrt wird hier von den Tutoren einerseits Geduld gefordert, andererseits aber das Verfügen über viele *reizvolle Aufgabenansätze*, die alternatives Konzentrieren spontan auslösen und damit ein Abweichen von den Routineansprüchen einleiten können. Die Aufgaben können auch aus anderen Disziplinen stammen, sofern sie nur die Lust am Strukturieren heraus fördern. Ein Beispiel:

5. *Aufgabe:* Spiel mit Worten: Man nennt von einem viersilbigen Wort nur die mittleren beiden Silben. Der Partner muss das Wort finden und mit der 1. und 4. Silbe antworten. Von „Puppenwagen“ z.B. nennt man nur „penwa“; erwartet wird die Antwort „Pupgen“. Auf „toal“ folgt „Fobum“, auf „benmei“ folgt „Hause“.

Nicht selten gibt es mehrere Lösungen: Auf „termör“ kann „Vader“ folgen, aber auch „Kräuser“. Witzig: „rekto“/„Dirin“ oder „pentel“/„Supler“. Von besonderem Reiz sind Substantive, deren 1. und 4. Silbe ein sinnvolles Wort liefern, z.B. „tersöhn“/„Mutchen“, „piertü“/„Pate“ oder „dakti“/„Diker“, oder Serien wie „senar“/„Klasbeit“, „enjä“/„Düger“, „senleh“/„Klasrer“, „senträ“/„Hoger“ (vgl. Weis 1965).

2.4 Hochbegabte Mädchen – keine genetischen Spitzendefizite

Hochbegabte Mädchen haben es durchweg schwerer als Jungen. Sie sind eher „misserfolgsängstlich“ und „seltener verhaltensauffällig“ als Jungen (Heller u.a. 2000). Sie begegnen auch dem Vorurteil, dass die Spitzen für die Jungen reserviert seien. Dafür gibt es bisher keine stichhaltige Begründung, (auch wenn manche den deutlichen kleineren Anteil von Mädchen in gegenwärtigen Fördergruppen dafür halten):

„Auf dem X-Chromosom liegen einige Nebengene für Intelligenz, daher sind die Männer mit ihrem XY-Paar auf diesem Chromosom schlechter gegen Defekte gepuffert als Frauen. Bei deren XX-Paar ist die Wahrscheinlichkeit für ein Defekt auf gleichzeitig beiden X-Chromosomen geringer. Deshalb sind Männer an dieser Stelle im Nachteil und bei den Deblen überrepräsentiert.“ (Volkmar Weiss, briefl. Mitteilung). Dagegen ist im *oberen* IQ-Bereich bei Mädchen trotz intensiver Suche vieler Forscher kein Defizit gefunden worden (Hausmann 1999). Dafür liefern die bekannten sozio-kulturellen Einseitigkeiten der Erziehung von Mädchen (und Jungen) überaus deutliche andere Gründe für die beobachtbaren Asymmetrien (vgl. Wagner 2002).

Folgerungen: Mädchen bedürfen *besonderer Aufmerksamkeit* und Zuwendung im Sinne einer *allmählichen Entwicklung von Vertrauen*. In Fördergruppen mit Mädchen und Jungen sollte man sie häufiger ausdrücklich auffordern und (bei Erfolg) loben. Es kann nützlich sein, Fördergruppen anfangs nach Geschlechtern zu *trennen* und sie erst später nach einiger Stabilisierung zusammenzuführen.

2.5 Verweigerung und selbsterzeugte Defizite

Bei aller Neugier konzentrieren sich Hochbegabte gern auf ihre besonderen *Fähigkeiten*, was leider oft dazu führt, dass sie sich *ausschließlich* auf diese Tätigkeitsbereiche *einlassen* und *Anforderungen* anderer Art, in denen sie sich unterlegen wähen, vehement und geradezu störrisch *verweigern*. Sie stehen sich manchmal selbst im Weg. Diese Ausschließlichkeit kann zu selbst erzeugten Defiziten in vielen Dimensionen führen.

Folgerungen: Diesen Sachverhalt sollte man im Unterricht nicht mit der Ablehnung von sog. Normalverfahren oder des Einübens anderer Schemata verwechseln. Abhilfen kann das Angebot von Problemfeldern bieten, die sich in die Bearbeitung *defizitärer Tätigkeitsbereiche* (Lösungsmöglichkeiten) erweitern lassen. Zur Entwicklung von Kooperation ist es nützlich, in einer Fördergruppe von Anfang an eine *freigewählte Partnerschaft* für die Kleingruppenarbeit anzuregen. Diese freie Wahl braucht im Übrigen kaum Korrekturen.

Wichtig ist bei der Aufgabenbearbeitung die Gewöhnung an das *Protokollieren der Einfälle* von Anfang an, bei Partnerarbeit als eine wechselnde Funktion. Diese Notizen ermöglichen die Distanzierung vom eigenen Denken, die Entwicklung der Reflektion und einer weiterführenden Selbstkontrolle. Sie erleichtern auch die Nachbereitung nach der Partarbeit, in der viele Defizite unauffällig und individuell aufgearbeitet werden können. Auch Hochbegabten – unter denen es z.B. ebenfalls Impulsive und Reflektierte gibt (Radatz 1976) – nützt es, wenn sie diese Techniken und Meta-Sprachspiele frühzeitig lernen. Im übrigen gewinnen auch die interessierten und weniger schnellen Denker in einem solchen Verbund.

2.6 Vergnügen an Spiel und Witz

Die hohe Beweglichkeit im Denken und die Fülle der Ideen führen zu einem besonderen *Vergnügen am Spiel* jeder Art und mit allen Mitteln sowie an *witzigen Situationen*. Das zeigt sich u.a. an spontanen Heiterkeitsausbrüchen bei der Partnerarbeit; die Neigung kann aber auch den routinemäßigen Unterricht empfindlich stören.

Folgerungen: Von den Tutoren wird wiederum Nachsicht erwartet und nach Möglichkeit ein kurzes Eingehen auf die Auslöser, u.a. weil sich gelegentlich einiger Tiefgang damit verbindet samt der Möglichkeit zu spontanen Aufgabenwechseln oder -variationen. Für Auflockerungen kann man in Wettbewerben bzw. in der Unterhaltungsmathematik geeignetes Material finden. Ein Beispiel:

6. *Aufgabe:* Drei Uhren zeigen 6 Uhr. Wie spät ist es?

Eine typische „Kapitänsaufgabe“, zu der man erweiternd alle ähnlichen „Lösungen“ suchen lassen und damit dem besonderen Vergnügen von Hochbegabten an Witzigem entgegenkommen kann.

2.7 Die überschätzte Rolle der Sprache – Beispiel Einstein

Angesichts der üblichen *Überschätzung der Verbalsprache* als Träger des Unterrichtsgeschehens müssen die außerordentlichen Unterschiede in den Fähigkeiten der Hochbegabten und in ihrem Denken hervorgehoben werden. Nicht wenige von ihnen lesen und schreiben sehr früh, sind sprachlich sehr beweglich. Doch gibt es auch Kinder, die erhebliche Schwierigkeiten haben, ihr ungewöhnliches Denken und seine Erfolge in verständlicher Sprache zu artikulieren.

Gerade diese Kinder werden allzu leicht unterschätzt und übersehen. Das Paradebeispiel dafür ist Albert Einstein, der deshalb 1985 im Aufnahmeexamen der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich durchfiel.

Bis zum dritten Lebensjahr sprach er nicht, so dass „seine nächste Umgebung befürchtete, er würde nie sprechen lernen“, und er hatte „lebenslang Schwierigkeiten im Lernen und Beherrschen von Fremdsprachen“. Spätere Interviewer sprechen von Einsteins „mühseliger Suche nach konventionellen Worten“. Einstein selbst bekannte: „Weder geschriebene noch gesprochene Worte scheinen in meinem Mechanismus des Denkens eine Rolle zu spielen“ und: „Ich denke überhaupt sehr selten in Worten. Ein Gedanke kommt, und ich kann *hinterher* versuchen, ihn in Worten auszudrücken.“ Über die Meinung gewisser Leute, „ihr Denken vollziehe sich immer in Worten ... lachte er bloß“. Einstein selbst sprach gelegentlich von „Visionen“, „Bewegungen“ oder „Bildern“ u.ä. (Jacobson 1980).

Folgerungen: Die Entschlüsselung von Mitteilungen, Notizen oder Kritzeleien stellt besondere Anforderungen an die Tutoren. Das gilt erst recht für das Verstehen der Kommunikation der Partner untereinander, z.B. in der Kleingruppenarbeit. Die Tutoren müssen sich vor schnellen Urteilen hüten und sowohl einen mitleidigen Blick beim Einfordern von Erklärungen aushalten können wie unkonventionelle Formulierungen oder Darstellungen zu deuten versuchen.

2.8 Die Fragwürdigkeit von Anschaulichkeit und Realitätsbezug

Zur Fragwürdigkeit der üblichen Vorstellungen von Anschaulichkeit und Realitätsbezug hat vor kurzem Nora Presmeg (2001) die verschiedenen Lösungswege von drei Aufgaben diskutiert:

7. *Aufgabe:* Jo sagt zu Pat: „Gib mir 8 Nüsse, dann habe ich doppelt so viel wie du!“ Aber Pat antwortet: „Gib du mir 8, dann haben wir beide gleich viel!“ Wie viele Nüsse hat jeder?

8. *Aufgabe:* Ein Junge geht in 30 min von der Schule nach Hause. Sein Bruder braucht 40 min. Der Bruder ging 5 min vor ihm. In wie vielen Minuten überholt der Junge seinen Bruder?

9. *Aufgabe:* Ein Zug passiert ein Signal in $\frac{1}{4}$ min und in $\frac{3}{4}$ min durchfährt er komplett einen 540 m langen Tunnel. Mit welcher Geschwindigkeit (in m/min) fährt der Zug und wie lang ist er?

Mit welchen Vorstellungen bei diesen Aufgaben gearbeitet wird, ist individuell sehr verschieden, ob bildbezogen, mit Diagrammen, algebraisch oder mit anderen Zeichen (Phantasiebewegungen u.ä.). Das Gemeinsame dieser drei Aufgaben ist, dass sie sich mit wenig Aufwand vorstellend lösen lassen:

Zu 7. Wenn beide nach Jo's Abgabe von 8 Nüssen gleich viel haben, muss die Differenz 16 betragen haben (Abb. 4). Gibt Pat 8 ab, wächst die Differenz auf 32 und das muss nun die Hälfte sein. Also hatte Jo 56 Nüsse und Pat 40.

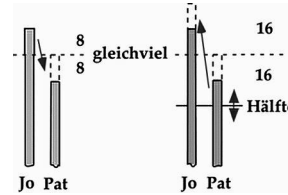


Abb. 4

Zu 8. Die Symmetrie ist sinnfällig: Geht der Bruder 5 min früher und braucht 40 min, dann kommt er auch 5 min später an. Also treffen sich beide in der Mitte ihres gemeinsamen Weges, wenn der Junge 15 min gegangen ist und der Bruder 20 min.

Zu 9. Stellt man das Signal an die Tunnel-einfahrt, so verteilt sich die $3/4$ min wie folgt: $1/4$ min braucht der Zug, bis er ganz 'drin ist; eine weitere $1/4$ min bis seine Spitze den Ausgang erreicht und $1/4$ min, um den Tunnel vollständig zu verlassen (Abb. 5). Also hat der Tunnel 2 Zuglängen, d.h. der Zug ist 270 m lang und fährt mit 4×270 m/min Geschwindigkeit.

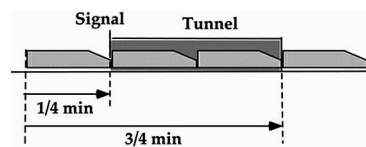


Abb. 5

Dennoch zeigte sich schon bei Presmeg's Studenten eine hohe Bevorzugung algebraischer Ansätze. Bei der Wiederholung in einem Seminar mit Postgraduierten in Bielefeld wurde erstaunlicherweise überhaupt nur algebraisch verfahren, wiewohl einige hinterher bekannten, es mit einer Zeichnung versucht zu haben, aber damit gescheitert zu sein. Dabei können auch geeignet angelegte Graphiken rasch zur Lösung führen:

Stellt man zu Aufgabe 7 z.B. die Nüsse als nach unten offene Streifen dar, so weisen die Austauschprozesse an der Spitze fast unmittelbar auf die Lösung. Wogegen Algebra z.B. auf den Ansatz $x - 8 = y + 8$ und $x + 8 = 2(y - 8)$ führt.

Bei Aufgabe 8 könnte man ein Weg/Zeit-Diagramm anlegen (Beispiel bei Presmeg) oder auf einer Analog-Uhr von einer willkürlich angenommenen Abgangszeit die Zeigerbogen eintragen, um die Symmetrie sinnfällig zu machen. Die „Algebraiker“ haben hier häufig, etwas umständlich, die Lösung über das Verhältnis der Geschwindigkeiten gesucht.

Bei Aufgabe 9 genügt ebenfalls eine Skizze, um z.B. die gleichmäßige Aufteilung der Durchfahrzeit auffällig werden zu lassen. Der algebraische Weg über die Ge-

schwindigkeit erforderte dagegen für die Teilnehmer in beiden Bearbeitergruppen deutlich mehr Aufwand und Überlegung.

Mit der Frage nach einer angemessenen Vorbereitung der Tutoren für besonders befähigte Kinder erhebt sich damit die allgemeinere Frage nach einer hinreichenden Ausbildung der Grundschullehrerinnen in Sachen Veranschaulichung und Problemlösen. Mit Rücksicht auf die sehr verschiedenen Bedürfnisse und Anlagen der Kinder wäre die Vorbereitung auf einen flexibleren Umgang mit Darstellungsmitteln jeder Art – von der Sprache, Graphiken und Skizzen bis zu funktionalem Nachspielen – wünschenswert, anstatt eines Einübens von formalen Algorithmen und Strategien.

3 Zu Organisation und Unterrichtsstil

Die sehr unvollständige Sammlung von Merkmalen und Aufgabenbeispielen mag verdeutlicht haben, dass eine angemessene Förderung den Rahmen der üblichen inneren Differenzierung sprengen würde. Es sollte auch deutlich geworden sein, dass eine sachlich sinnvolle Förderung sowohl geeignetes Aufgabenmaterial wie auch entsprechend vorbereitete Tutoren voraussetzt. Das sind Bedingungen, die gegenwärtig noch immer nicht erfüllt sind. Daher lassen sich in der Breite gegenwärtig weder aufwendige Auswahlverfahren realisieren noch eine Förderung mit ausgebildeten Tutoren.

Wünschenswert und teilerprobt (z.B. in Münster und Köln) sind jedoch zwei alternative und in größerer Breite einsetzbare Modelle:

3.1 Die Förderstunde

Im Stundenplan der Woche wird eine nicht zu spät liegende Stunde (besser zwei zusammenhängende Stunden) *neben* dem regulären Unterricht als „Förderstunde für mathematisch besonders interessierte und befähigte Kinder“ eingerichtet. Daran können geeignete Kinder aus dem 2.-4. Schuljahr teilnehmen, wenn ihre Lehrerinnen den dafür versäumten regulären Unterricht für nachholbar halten. Das dürfte bei besonders Befähigten zumeist gegeben sein.

3.2 Die Förderleiste

Im Stundenplan der Woche wird eine *vertikale* Leiste für eine Förderstunde eingerichtet, in der für alle 3. und 4. Klassen kein anderer Unterricht stattfindet. In dieser Stunde können neben Mathematik auch Förderstunden für andere Interessierte und Befähigte stattfinden, z.B. in Deutsch, Musik, Sport, Kunst, Spiel/Theater, naturwissenschaftlichem Experimentieren usw.

Von Etiketten wie „hochbegabt“ sollte man absehen; Käpnicks Titel „Mathe für kleine Asse“ kann als Förderstunden-Titel dienen. Im Blick auf die erforderliche Leistungsbereitschaft sollte man in beiden Modellen an der grundsätzlich frei-

willigen Teilnahme der Kinder festhalten. Mit Rücksicht auf das Selbstständigkeitsbestreben hat Partnerarbeit mit freier Partnerwahl den Vorzug. Beim zweiten Modell sollten die Kinder auch in andere Förderbereiche wechseln dürfen. In vieler Hinsicht nützlich ist es, wenn die Tutoren für die beteiligten wie für andere interessierte Kinder auch sonst ansprechbar sind. Schließlich müssen die Tutorinnen auch mit übereifrigen Eltern verhandeln und ggf. Überschätzungen eingrenzen können.

Wichtig ist dazu der *Unterrichtsstil*. Er sollte

- locker und witzig sein, Sprache und Darstellungsmittel variierend,
- kurz und knapp, keine Wiederholungen, keine langen Pausen, kein Zögern,
- ständig herausfordernd zu gleicher Reaktion, den Ball zurück zu spielen, noch pfiffiger anzuknüpfen
- und nach Möglichkeit sollten die Tutoren Stil und Anspruch vorleben.

Das freilich lernt man schwerlich aus Büchern oder Vorträgen, sondern eher durch teilnehmende engagierte Mitarbeit bei Könnern.

Eine ausgezeichnete Einführung in den Umgang mit hochbegabten Kindern bieten Webb u.a. (2002). Die Aufgaben sollten im oben diskutierten Sinne flexibel sein, d.h. sowohl interessierten Kindern Lösungserfolge ermöglichen als auch besonders Befähigte zu Variation und Vertiefung anregen. Geeignete Aufgaben für solche gemischten Fördergruppen findet man z.B. bei Käpnick (2001), mit vielen zusätzlichen Hilfen und Hinweisen für die Tutoren (vgl. auch Bauersfeld 2002 und 2003).

Es ist überfällig, dass sich die Didaktik in der Lehrerbildung wie in der Forschung dieser Probleme annimmt. In Analogie zur Vorbereitung der Sonderschullehrer wäre z.B. die Einrichtung eines Zusatzstudienganges „Tutor für (mathematisch) besonders Befähigte“ sinnvoll.

Literatur

- Bauersfeld, H. (2003a): Mathe mit geschlossenen Augen, Band II. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr, i.V.
- Bauersfeld, H. (2003b): Muster erkennen, pattern imagery, Zahlensinn – ein Beitrag zum Problem des Veranschaulichens. In: Krauthausen, G. & Scherer, F.: Mit Kindern auf dem Weg zur Mathematik. Donauwörth: Auer, i.Dr.
- Bauersfeld, H. (2002): Hochbegabungen – Bemerkungen zu Diagnose und Förderung in der Grundschule. In: Baum, M. & Wielpütz, H.: Mathematikunterricht im Schulprogramm – Ein Buch für Kollegien. Seelze: Kallmeyer (bei Friedrich)
- Bauersfeld, H. (2001): Theorien zum Denken von Hochbegabten – Bemerkungen zu einigen neueren Ansätzen und Einsichten. In: *mathematica didactica*, 24, Bd. 2
- Hausman, P. (1999): On the Rarity of Mathematically and Mechanically Gifted Females. Dissertation. The Fielding Institute, USA

- Heller, K.A., Mönks, F.J. & Subotnik, R.S. (Eds.)(2000): *International Handbook of Giftedness and Talent*. Amsterdam: Pergamon Press (2. ed.)
- Jacobson, R. (1980): Einstein und die Wissenschaft der Sprache. In: Holenstein, E. (1980): *Von der Hintergebarkeit der Sprache*. stw 316. Frankfurt/Main: Suhrkamp, S. 159–170
- Käpnick, F. (1998): *Mathematisch begabte Kinder*. Frankfurt/Main: Peter Lang
- Käpnick, F. (2001): *Mathe für kleine Asse – Klasse 3/4*. Berlin: Volk und Wissen
- Kießwetter, K. (2002): Unzulänglich vermessen und vermessen unzulänglich: PISA & Co. In: *DMV-Mitteilungen*, Nr. 4, S. 49–58
- Krutezki, V.A. (1976): *The Psychology of Mathematical Abilities in School-Children*. Chicago: University of Chicago Press (russ. Original 1968)
- Presmeg, N.C. & Balderas-Canas, P.E. (2001): Visualization and Affect in Nonroutine Problem Solving. In: *Mathematical Thinking and Learning*, Vol. 3, No. 4, S. 289–313
- Radatz, H. (1976): *Individuum und Mathematikunterricht*. Hannover: Schroedel
- Rost, D.H. (ed.)(2000): *Hochbegabte und hochleistende Jugendliche – Neue Ergebnisse aus dem Marburger Hochbegabtenprojekt*. Münster: Waxmann
- Singer, W. (1999): „In der Bildung gilt: Je früher, desto besser“. In: *Psychologie Heute*, Dezember, S. 60–65
- Terman, L. M. (1925–59): *Genetic Studies of Genius*. vol. 1 (1925): *Mental and Physical Traits of a Thousand Gifted Children*. vol. 2 (1926): *The Early Mental Traits of three Hundred Geniuses*. vol. 3 (1930): *The Promise of Youth. Follow-up Studies of a Thousand Gifted Children*. vol. 4 (1947): *The Gifted Child grows up. Twenty-five Years Follow-up of a Superior Group*. vol. 5 (1959): *The Gifted Group at Midlife. Thirty-five Years' Follow-up of the Superior Child*. Palo Alto/CA: Stanford University Press (reprint 1960)
- Wagner, H. (Hrsg.)(2002): *Hochbegabte Mädchen und Frauen – Begabungsentwicklung und Geschlechterunterschiede*. Tagungsbericht, Bad Honnef: Bock
- Webb, J. T., Meckstroth, E. A. and Tolan, S. S. (2002): *Hochbegabte Kinder, ihre Eltern, ihre Lehrer*. Bern: Hans Huber (3. Aufl.)
- Weinert, F.E. (2000): *Begabung und Lernen*. In: *Neue Sammlung*, 40, Heft 3, S. 353–368
- Weinert, F.E. (2000): *Lehren und Lernen für die Zukunft – Ansprüche an das Lernen in der Schule*. Bad Kreuznach: Pädagogisches Zentrum. S. 1–16
- Weis, H. (1965): *Spiel mit Worten. Deutsche Sprachspielereien*. Bonn: Dümmler

Anschrift des Autors

Prof. em. Dr. Heinrich Bauersfeld
 Fahrenheitweg 23b
 33613 Bielefeld
 e-Mail: heinrich.bauersfeld@uni-bielefeld.de